Fonction de production agrégée et idéologie

« Faire confiance à la théorie néoclassique agrégée est une question de foi.
J'ai, pour ma part, la foi »
C.E.Ferguson The Neoclassical Theory of Production and distribution

« Quand j'enseigne le modèle de croissance de Solow,
je trouve toujours rassurants les R^2 élévés.

Il n'y a aucun doute qu'un R^2 faible aurait ébranlé ma foi"
Gregory Mankiw (1990)

« Admettre l'existence d'une fonction de production agrégée demande de
mettre en veille son sens critique »
Robert Solow (1957)

Résumé La fonction de production agrégée n'a aucun fondement théorique, même pour un néoclassique. Sa seule justification tiendrait à ses « bons résultats » sur le plan empirique – tel celui obtenu par Robert Solow, en 1957. Or, dès sa parution, Warren Hogan a montré que ces résultats découlent en fait d'une propriété particulière des données utilisées par Solow. Plus tard, Herbert Simon et Anwar Shaikh ont établi, de façon plus générale, qu'ils s'expliquent essentiellement par la présence d'une identité comptable liant les variables utilisées. En dépit de cela, la fonction de production agrégée est toujours omniprésente, en théorie (macroéconomique) et dans les études empiriques – en donnant lieu, évidemment, à des interprétations totalement erronées. Seule l'idéologie peut expliquer une telle obstination, comme en témoigne la réaction viscérale, et de mauvaise foi, de Solow aux critiques de Hogan et, surtout, de Shaikh. Il est vrai que l'enjeu est important, puisque la théorie « marginaliste » de la répartition ainsi que la mesure de la « productivité totale des facteurs » sont réduites à néant par cette critique, qui est incontestable puisqu'elle relève des « lois de l'algèbre ».

La fonction de production agrégée est omniprésente. Dans les manuels de macroéconomie – offre globale, croissance (exogène ou endogène), cycles –, dans les articles de « recherche », dans les modèles utilisés par les gouvernements et les Banques centrales, dans les innombrables études économétriques cherchant à évaluer la « productivité globale des facteurs ». Lors du récent débat sur le « mathiness » – l'utilisation abusive des mathématiques –, Paul Romer prend pour exemple Robert Solow, qui « *fait de la science* » lorsqu'il prouve empiriquement l'existence de fonctions de productions agrégées, alors que Joan Robinson « *fait de la politique* lorsqu'elle mène campagne contre le capital et la fonction de production agrégée » (Romer, 2015, je souligne).

Solow est célèbre pour son modèle sur la croissance, qui fait jouer un rôle décisif à la fonction de production agrégée, dont il aurait prouvé « empiriquement » l'existence dans un article publié en 1957 – article qui est à l'origine de ce qu'il appelle dans sa conférence Nobel « une petite industrie ». Pourtant, dès sa parution, un jeune doctorant néo zélandais, Warren Hogan, en fait une critique dévastatrice (Hogan, 1957). Il montre notamment que le principal résultat de Solow – l'existence d'une fonction de production agrégée qui rend compte remarquablement de ses données – n'est que la conséquence logique de la façon dont Solow prétend avoir « isolé » le progrès technique ainsi que d'une particularité de ses données (la très faible variation des parts du revenu revenant aux « facteurs de production »). Ce qui fait dire à Hogan, en conclusion de son article, dans une phrase assassine :

> « On aurait pu *donner au stock de capital des valeurs choisies au hasard* et obtenir une fonction de production agrégée, nette du progrès technique, d'une aussi bonne qualité [que celle de Solow] » (Hogan, 1958, p 411, je souligne).

Le résultat de Solow, l'existence d'une fonction de production agrégée, n'a rien à voir avec les données qu'il a utilisées dans son article : ce résultat aurait été pratiquement le même si ces données avaient été « choisies au hasard » – à condition que la « part des facteurs » y soit à peu près constante.

Hogan n'est pas hétérodoxe – il s'est même opposé aux hétérodoxes à certains moments de sa carrière, consacrée pour l'essentiel au travail « de terrain »[1]. Il a publié son article dans la même revue, prestigieuse, que Solow. Manifestement embarrassé, celui-ci lui répond (brièvement) dans la foulée (Solow, 1958). Il admet, en fait, pratiquement toutes les critiques de Hogan (avec des phrases du genre : « il est vrai que », « j'aurai dû », etc.), tout en essayant d'échapper à la plus grave d'entre elles – celle sur sa façon d'isoler le progrès technique. Il n'y parvient pas, et ne peut y parvenir puisque la démonstration de Hogan, sur laquelle on reviendra en détail plus loin, relève des « lois de l'algèbre » (le pur raisonnement), contre lesquelles on ne peut rien. Lorsque, Shaikh utilisera, quelques années plus tard, ces mêmes « lois » pour démontrer, à nouveau, le caractère tautologique de la démonstration de Solow, celui-ci réagira beaucoup plus vivement qu'avec Hogan, en faisant appel à des arguments de mauvaise foi – pour ne pas dire malhonnêtes. Bien que la ficelle ait été très grosse, l'autorité de Solow semble avoir suffi pour que la critique de Shaikh – qui, délibérément, adopte exactement la même démarche que lui – soit ignorée, ou enterrée[2]. Il est vrai que Shaikh se rangeait dans le camp des hétérodoxes, contrairement à Hogan.

L'histoire de la fonction de production agrégée nous rappelle, une fois de plus, comment l'idéologie (les croyances a priori) peut mener à une certaine forme d'aveuglement chez des économistes qui prétendent en être exempts.

Idéologie ou « lois de l'algèbre » ?

Dans son communiqué de presse annonçant l'attribution du « Prix Nobel » 1987 à Solow, *l'Académie Royale des Sciences de Suède* met en avant l' « immense impact » (*dramatic impact*) de son article de 1957, dans lequel Solow parvient à

---

[1] Sa critique de l'article de Solow, essentiellement théorique, est celle d'un praticien. Occupé à élaborer les comptes nationaux de son pays, il a senti qu'il y avait un lièvre, le résultat de Solow étant trop beau pour être vrai - surtout quand on sait combien les mesures des agrégats sont sujettes à caution.

[2] La revue où Solow publia sa réponse refusa celle de Shaikh. D'autres revues faisant de même, cette réponse ne parut que plusieurs années plus tard, dans le « poscript » d'un chapitre d'un ouvrage à diffusion limitée (Shaikh, 1980).

> « évaluer la fonction de production (i.e. la relation mathématique entre production, d'un côté, et facteurs de production, de l'autre) ».

Cet article est rentré depuis dans le club très fermé des « articles fondateurs » (*seminal papers*). Le comité ayant attribué le prix semble ne pas avoir entendu ce qu'avait dit, quelques années auparavant, un autre récipiendaire, Herbert Simon, qui, dans sa conférence Nobel, avait clairement mis en cause les travaux de ceux qui prétendaient avoir prouvé empiriquement l'existence des fonctions de production agrégées (Simon, 1979)[3]. Même endroit, même institution, mais des conclusions diamétralement opposées, à partir des mêmes données. Les mystères de l'économie…

Avant Simon, des théoriciens néoclassiques de premier plan comme Henry Phelps Brown, Warren Hogan et Franklin Fisher – et, dans une certaine mesure, Paul Samuelson – s'étaient élevés contre les soi-disant preuves de l'existence de fonctions de productions agrégées. Des hommes du sérail, très connus, mais dont les critiques ont été ignorées. La profession semble avoir été trop contente de disposer enfin d'une justification « empirique » de la fonction de production agrégée – à défaut de pouvoir lui donner une justification théorique. Cela lui suffisait pour faire prospérer la « petite industrie » dont parle Solow. A quoi s'ajoute la dimension idéologique, puisque l'article de 1957 semblait apporter une confirmation, par les faits, à la théorie marginaliste de la répartition, comme Paul Douglas l'a expliqué lors d'une conférence donnée en 1976 :

> « Un grand nombre de travaux indépendants corrobore la formule originale de Cobb-Douglas mais, ce qui est encore plus important, la bonne approximation des coefficients estimés avec les parts effectivement reçues [par les facteurs] conforte la théorie marginaliste de la répartition, au dépens de celle de Marx » (Douglas, 1976).

Pourtant, à l'époque, déjà Lévy et Simon, mais aussi Shaikh (1974), avaient fourni l'explication par la présence de l'identité comptable de la « bonne approximation » des coefficients estimés. Franklin Fisher avait, de son côté, procédé à un certain nombre de simulations où on voit apparaître au niveau agrégé des résultats (coefficients) qui n'ont rien à voir avec les hypothèses faites au niveau des entreprises (imaginaires) qu'ils sont censés représenter. Ils correspondaient surtout aux cas où, dans les données générées dans la simulation, les parts des « facteurs » étaient relativement constantes – ce qui s'accordait avec les remarques de Hogan et Shaikh, notamment. Depuis, de nombreuses simulations ont été effectuées – l'idée étant de voir comment l'identité comptable peut faire croire, à tort, à l'existence d'une fonction de production agrégée. Le passage exact de l'une à l'autre supposant un certain nombre de conditions (constance de la part des facteurs et de leur rémunération, ou de leur évolution), les simulations permettent de se faire une idée de ce qui se passe lorsque ces conditions ne sont pas vérifiées, où le sont très approximativement – ce que la formulation mathématique ne permet

---

[3] Plus précisément il observe que "les résultats empiriques …ne permettent pas de tirer de conclusion sur la relative plausibilité" des théories censées être à la base des fonctions de production (Simon, 1978). Dans un article publié peu après, Simon explique que « l'adéquation aux données des fonctions de Cobb-Douglas ou CES est trompeuse, les données reflétant en fait une identité comptable entre les valeurs des inputs et des outputs » (Simon, 1979).

pas (impossible de calculer la primitive des fonctions en cause). La fonction de Cobb Douglas peut ainsi donner « de très bons résultats » au niveau agrégé alors que cela ne correspond en rien à ce qui se passe au niveau « microéconomique » (voir par exemple, Fredholm 2009).

Une autre façon de procéder a consisté à engendrer « au hasard » des ensembles de données sur les variables intervenant au niveau agrégé, et vérifiant l'identité comptable, et de procéder à une étude économétrique – comme on peut le faire avec des « vraies » données. Ce qui permet de voir dans quels cas on obtient un « bon » résultat pour la fonction de production agrégée (qui n'a aucun sens en l'occurrence) et d'autres pas – autrement dit, les cas où les effets de l'identité comptable sont manifestes et ceux où ils sont estompés du fait que les autres conditions ne sont pas (suffisamment) vérifiées. Ainsi, Felipe et Holtz trouvent, dans le cas des modèles de croissance, que les résultats sont plus sensibles aux variations non monotones des rémunérations des « facteurs » qu'à celle de leur part (Felipe et Holtz, 2001).

L'explication par l'identité comptable des « résultats » – bons ou mauvais – obtenus avec les fonctions de production agrégées est ainsi devenue de plus en plus précise, aussi bien sur le plan théorique qu'empirique (simulations, études économétriques). L'explication alternative consistant à supposer l'existence des fonctions agrégées apparaît comme totalement arbitraire – même pour un

Identité comptable, fonction de Cobb-Douglas et lois de l'algèbre

Martin Zerner a démontré de façon très simple, et purement algébrique, que le « résultat de Solow » découle d'une identité comptable associée au fait que, dans ses données, les parts des « facteurs » sont (quasi) constantes (« fait stylisé »).

L'identité comptable est donnée par :

(1) $wL + rJ \equiv V$ (identité comptable)

où w et r sont, respectivement, le salaire et le taux de rendement, L la quantité de travail, J et V les valeurs du « capital » et du produit., respectivement.

Le « fait stylisé » (parts constantes des « facteurs ») peut s'écrire :

(2) $wL = aV$, où a est une constante (« fait stylisé »).

En reportant (2) dans (1), on obtient :

$$rJ = (1 - a)V.$$

Il suffit alors de considérer le produit $(wL)^{\alpha}(rJ)^{1-\alpha}$, où α est *quelconque*, pour obtenir la (pseudo) fonction agrégée de Cobb-Douglas, dont les variables sont en valeur. Soit

$$(wL)^{\alpha}(rJ)^{1-\alpha} = w^{\alpha}L^{\alpha}r^{1-\alpha}J^{1-\alpha} \quad \text{(évident)}$$

et

$$(wL)^{\alpha}(rJ)^{1-\alpha} = (aV)^{\alpha}[(1-a)V]^{1-\alpha} = a^{\alpha}(1-a)^{1-\alpha}V \quad \text{(découle de (2) et (3).}$$

Il vient :

$$V = a^{-\alpha}(1-a)^{\alpha-1}w^{\alpha}r^{1-\alpha}L^{\alpha}J^{1-\alpha}$$
$$= B\,L^{\alpha}J^{1-\alpha}.$$

Le terme $B = a^{-\alpha}(1-a)^{\alpha-1}w^{\alpha}r^{1-\alpha}$ dépend de w, r et a, qui n'ont rien de « technique ».

néoclassique conséquent (les conditions d'agrégation étant bien trop restrictives). Pourtant, ces fonctions sont toujours présentées comme exprimant les conditions techniques prévalant dans l'économie dans son ensemble. La question de l'agrégation a d'ailleurs complètement disparu des manuels et de l'enseignement – qui pourtant ne jurent que par les « fondements microéconomiques », dont elle est (ou devrait être) le point de départ. Seule l'idéologie – notamment l'adhésion à la théorie marginaliste de la répartition, tellement commode et fataliste – peut expliquer un tel comportement, si peu « scientifique », dont la réaction de Solow aux critiques de son article de 1957 donne un exemple.

La réaction de Solow aux critiques

Solow est, parmi les théoriciens néoclassiques, l'un des plus ouverts à la discussion et à la critique. Il ne s'est ainsi jamais départi – malgré l'énorme pression exercée par la profession – de l'idée que les modèles à agent représentatif sont une absurdité puisqu'ils excluent d'office ce qui est au cœur de la macroéconomie – la coordination des décisions d'agents qui diffèrent par leurs intérêts, leurs objectifs, leurs croyances, etc.

il a aussi toujours adopté une attitude extrêmement prudente en ce qui concerne l'agrégation, des biens et des fonctions de production. Il n'ignore rien des conditions extrêmement restrictives – qui rendent sans intérêt les cas où elles sont vérifiées – nécessaires pour que l'agrégation soit possible. Dans son article de 1957, avant de se lancer dans son étude « empirique », il rappelle qu'il faut « mettre délibérément en veille son esprit critique » (*a willing suspension of disbelief*) pour accepter son existence. Il demeurera toujours aussi prudent sur la question, notamment dans sa conférence Nobel, où il rappelle qu'il ne faut accorder qu'une confiance limitée aux résultats chiffrés auxquelles l'utilisation de la fonction agrégée peut conduire.

Mais il n'a jamais voulu y renoncer, ni accepter les critiques de Hogan et Shaikh, qui expliquent ses résultats en faisant appel aux « lois de l'algèbre », sans avoir à supposer l'existence de cette fonction. Shaikh montre ainsi, par une opération mathématique élémentaire[4] – à la portée de tout titulaire d'un bac scientifique –, que l'identité comptable peut être mise (approximativement) sous la forme d'une fonction de Cobb-Douglas multipliée par un terme « résiduel » ou « perturbateur », de la forme $f(a,r,w)$, où w, r et a sont respectivement le salaire, le taux de rendement du « capital » et la part du « facteur » travail dans le produit (la part du « capital » étant $1 - a$). Dans le cas où a, w et r sont constants, l'ajustement est « parfait » (la corrélation est égale à 1). Il l'est aussi si w et r croissent au même taux – ce qui revient à rajouter une tendance à la fonction de Cobb Douglas. La qualité de la

[4] Voir la note 16, où l'équivalence (approximative) des deux relations est exprimée en logarithmes.

correspondance entre l'identité comptable et la « fonction agrégée » dépend ainsi de la façon dont *a*, *w* et *r* varient dans chaque cas particulier. Shaikh, Fisher, Felipe, McCombie, Holz et bien d'autres ont ainsi étudié, en faisant appel à des simulations et à des études économétriques (rapportées pour la plupart dans Felipe et McCombie, 2013), les effets de ces variations sur la qualité de l'ajustement de la (pseudo) fonction de production agrégée, en leur donnant des formes diverses.

Le terme $f(a,r,w)$ correspond au « résidu de Solow », présenté par celui-ci comme l'expression du « progrès technique » – dont l'effet pourrait ainsi être isolé de celui dû à l'évolution des quantités de « facteurs ». Cette présentation est évidemment totalement erronée puisque le terme $f(a,r,w)$, noté $A(t)$ par Solow, dépend du salaire, du taux de rendement et de la part des « facteurs » – des variables relevant manifestement plus de la répartition des revenus que du progrès technique.

Solow refuse l'explication par l'identité comptable. Il répond à Shaikh en avançant un argument de mauvaise foi, qui consiste à donner à $f(a,w,r)$ une forme particulière, sans justification, puis à « montrer » que l'ajustement par une Cobb-Douglas est très mauvais – corrélation presque nulle et élasticités aberrantes. Seule l'idéologie peut expliquer un tel travestissement des arguments adverses, si peu conforme aux règles usuelles des débats. Manifestement, Shaikh touchait un point particulièrement sensible – la rémunération à la productivité marginale semblant régler, du moins « techniquement », la question de la répartition, au cœur de l'économie politique.

L'hétérodoxie contribue à la confusion

Dès son apparition, sous la forme $F(K,L)$, la fonction de production a fait l'objet de très nombreuses critiques, notamment en ce qui concerne la mesure de l'agrégat capital – dont la mesure passe forcément par des prix. Il y a là une source de paradoxes que les « hétérodoxes » ont exploitée, à juste titre. Ils ont toutefois voulu pousser le bouchon trop loin, en prétendant avoir montré que la théorie néoclassique de base, celle de l'équilibre général, était incohérente. Ce qui est faux pour une raison très simple : le concept de capital n'y a pas sa place – contrairement à celui d'« input » (matières premières, « services » rendus par les équipements et les hommes). Dans son désir de mettre en avant les soi-disant « incohérences » de la théorie néoclassique – notamment le phénomène du « retour des techniques » –, l'hétérodoxie en arrive à admettre de fait l'existence de la fonction de production agrégée, à la grande satisfaction de ses adversaires, trop contents de se battre sur ce terrain là, quitte à faire quelques concessions. L'impression qu'on retire à la lecture des pages en français comme en anglais sur la « *controverse des deux Cambridge* » – à propos du capital et de l'agrégation – dans *Wikipédia* est que la question de la fonction de production agrégée a été, et est toujours, l'objet d'un intense débat, que seuls des initiés peuvent comprendre. Le lecteur en conclut que le problème est compliqué, mais qu'il est réglé « dans la pratique », même si ce n'est pas de façon tout à fait satisfaisante. Aucune trace de Hogan ou de Shaikh, encore moins de l'identité comptable – alors qu'ils ont réglé la question, simplement et définitivement, mais dans l'autre sens (la fonction de production n'existe pas – aussi bien sur le terrain théorique qu'empirique).

L'essentiel a été dit. Pour rentrer dans le détail des critiques de Hogan et de Shaikh, notamment, ainsi que des rebuffades de Solow, il faut introduire un peu de mathématiques – accessibles à un étudiant de L1 ou L2 en économie –, en commençant par un bref rappel sur la notion de fonction de production.

Bref rappel sur la notion de fonction de production

En microéconomie, la fonction de production d'une entreprise associe un *output* (ou produit) à un panier d'*inputs* – matières premières, heures de travail, « services » rendus par divers machines et équipements, etc. –, qui est supposé être utilisé de la façon la plus efficace possible (« sans gaspillage »). A la base de toute fonction de production il y a donc l'ensemble des techniques dont disposent – ou peuvent disposer – les entreprises. L'idée a un sens, même si jamais personne n'a cherché à donner une forme mathématique précise à la fonction de production d'une « vraie » entreprise – quelle qu'elle soit[5].

La fonction de production agrégée reprend au niveau global, macroéconomique, l'idée de fonction de production de la microéconomie. Un planificateur peut éventuellement s'intéresser à elle, s'il cherche à déterminer la production (le panier d'*outputs*) qui peut être obtenue à partir des diverses combinaisons (efficaces) des ressources dont dispose la société – main d'œuvre, équipements, matières premières, etc.

Les macroéconomistes ne se considèrent toutefois pas comme des planificateurs lorsqu'ils parlent des fonctions de production agrégées. Ils entendent par là des fonctions qui mettent en relation, non pas des *inputs* avec des *outputs*, en quantité, mais des *agrégats*, mesurés en *valeur* – sommes de quantités de biens multipliées par leur prix.

La fonction de production agrégée notée $F(\cdot)$ vérifie, dans le cas le plus simple, la relation

(1) $$Q = F(L,K),$$

où Q désigne le produit, L le travail et K le « capital » – mot qui désigne tout ce qui intervient dans la production en dehors du travail.

La référence à la fonction de production suggère qu'on est en présence d'une relation qui relève exclusivement de la technique. Il n'en est rien, évidemment, puisque le calcul des agrégats fait notamment intervenir des prix, qui dépendent de la technique mais aussi d'une multitude d'autres facteurs – dont les goûts des consommateurs.

Quand les données varient dans le temps, comme c'est le cas chez Solow, la relation (1) peut être mise sous la forme plus explicite :

---

[5] Les traités de microéconomie « se donnent » une fonction $f(q_1,\ldots, q_n)$ à laquelle ils attribuent certaines propriétés mathématiques, sans chercher à donner un exemple – parce qu'il n'y en a pas, tout simplement...

(1a) $Q(t) = F_t(L(t),K(t))$,

la notation F_t signalant le fait que la *forme* de la fonction $F(\cdot)$ peut aussi varier dans le temps – sous l'effet du progrès technique, par exemple.

Les hypothèses et la démonstration de Solow

Dans son article de 1957, Solow commence par supposer que la fonction $F_t(\cdot)$ ne se modifie pas dans le temps, dont l'effet se réduit à un facteur multiplicatif – censé représenter le progrès technique – s'appliquant aux « combinaisons de facteurs ». Cette hypothèse de la *neutralité du progrès technique* conduit à mettre la relation (1a) sous la forme :

(2) $Q(t) = A(t)\cdot F(L(t),K(t))$.

Solow se propose, d'abord, de calculer $A(t)$ à partir des données sur les variables « observables » $Q(t)$, $L(t)$ et $K(t)$. Il suppose pour cela que la fonction $F(\cdot)$ existe – ce qui, selon ses propres dires, demande de « faire taire bien des scrupules » (*a willing suspension of disbelief*) – et que ses dérivées partielles F'_L et F'_K sont, respectivement, égales au salaire w et au taux de profit r (l'économie serait « concurrentielle »). Il découle de ces hypothèses que le rapport LF'_L/Q, noté π_L, donne la part wL/Q du travail dans le produit, le rapport KF'_K/Q, noté π_K, donnant celle, rK/Q, du capital.

Compte tenu de ces hypothèses, et de ces notations, on déduit de (2), après avoir fait une opération mathématique simple[6], la relation (linéaire) entre taux de croissance (en notant $\Delta x/x$ le taux de croissance $(x_{t+1} - x_t)/x_t$ de x) :

(3) $$\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{\Delta A}{A} + \pi_L\frac{\Delta L}{L} + \pi_K\frac{\Delta K}{K}.$$

Hormis $\frac{\Delta A}{A}$, tous les termes de (3) peuvent être calculés à partir des données – sur le produit Q, l'emploi L, le capital K et les revenus du travail et du capital. $\frac{\Delta A}{A}$ peut donc être déduit de (3) pour chaque année. $\frac{\Delta A}{A}$ étant connu, on peut en déduire les valeurs successives de A – en se donnant une valeur initiale $A(0)$ (Solow pose $A(0) = 1$) – et reporter ces valeurs dans l'équation de départ (2), en la mettant sous la forme :

(4) $$\frac{Q(t)}{A(t)} = F(L(t),K(t)),$$

ou, plus simplement, sous la forme :

[6] Dériver par rapport au temps le logarithme des deux membres de (2), puis d'écrire $LF'_L/Q = \pi_L$ et $KF'_K/Q = \pi_K$.

(4a) $$\frac{Q}{A} = F(L,K).$$

Pour estimer la fonction $F(\cdot)$, il faut avoir une idée sur sa forme. Avant d'y venir, Solow fait la « constatation amusante » (*actually, an amusing thing appear here*) :

> « si tous les *inputs* sont classés dans K ou L, alors les données disponibles montrent que la somme des parts relatives … est égale à 1 »,

ce qui implique – en raison du théorème d'Euler – que $F(\cdot)$ est homogène de degré 1 (les rendements d'échelle sont constants). Solow suggère que cette propriété découle de l'observation des données disponibles, mais si chaque input est classé soit dans K, soit dans L, alors *tous les revenus le sont soit au capital, soit au travail*, et donc la somme des parts est *forcément* égale à 1. Comme Hogan le remarque dans sa critique :

> « Le produit étant réparti (*exhausted*) entre les deux facteurs, capital et travail, il est clair qu'on *suppose* que les rendements d'échelle sont constants » (Hogan, 1958, p 411, je souligne).

On n'est donc pas là en présence d'un « fait amusant », mais devant la banale constatation que la somme des parts d'un tout est égale à 1. On ne comprend pas comment Solow a pu y voir une preuve « empirique » des rendements constants[7].

Revenons à la forme de $F(\cdot)$. Si elle est homogène de degré 1, la relation (4a) se réduit à une relation liant seulement deux variables, le produit par tête q (= Q/L) et le capital par tête k (= K/L). Soit :

$$\frac{q}{A} = f(k),$$

en posant $f(k) = F(1,k)$ (= $F(1,K/L) = LF(L,K)$, en raison de l'homogénéité de degré 1 de $F(\cdot)$).

La fonction à estimer est maintenant la fonction à une seule variable, $f(\cdot)$. Solow constate que le nuage de points donnant les valeurs observées de k et q/A a l'allure d'une droite légèrement incurvée (concave). Il envisage alors quelques fonctions concaves simples susceptibles de le représenter – droite, logarithme, fonction puissance (avec un exposant compris entre 0 et 1), branche croissante d' hyperbole, …. Il trouve des coefficients de corrélation très élevés – allant de 0,9980 à 0,9996 ! –, ce qui l'empêche de discriminer entre ces fonctions. Il étudie alors les résidus des régressions, ce qui l'amène à légèrement privilégier les fonctions puissance et logarithme – la première correspondant à la fonction de Cobb-Douglas[8]. Dans sa critique, Hogan montrera que, en fait, c'est cette dernière *qui est la seule* à être appropriée (du fait même de la façon dont le progrès technique est « isolé ») – rendant ainsi dérisoire l'étude de Solow sur la forme des résidus des régressions.

---

[7] Dans son article, Solow ne donne que la part du capital dans le produit, supposant que le reste revient au travail. On ne sait donc pas d'où vient le « fait amusant » dont il parle.

[8] Si $f(k) = ck^{\alpha}$, alors, comme par définition $f(K/L) = F(1,K/L) = F(L,K)/L$, il vient $F(L,K)/L = ck^{\alpha} = c(K/L)^{\alpha}$ et donc $F(L,K) = cL^{1-\alpha}K^{\alpha}$.

Dans la conclusion de son article, Solow ne revient d'ailleurs pas sur la forme précise de la fonction de production agrégée. Il ne s'intéresse qu'à la forme légèrement concave de la courbe qu'il a obtenue et qui « donne clairement l'impression que les rendements [*des « facteurs* »] sont décroissants » – ce qui, soit dit en passant, semble conforter la théorie marginaliste de la répartition.

Dès la parution de l'article de Solow, Hogan conteste les résultats qu'il obtient, en montrant qu'ils découlent de la façon dont il « isole » le progrès technique (à partir de la formule (3)) et d'une particularité de ses données (la part des « facteurs » y est constante, ou presque).

Hogan démolit sans ménagement l'article de Solow

L'article de Hogan, publié quelques mois après la parution de celui de Solow, est impressionnant par la façon dont il démolit presque tout ce que fait, et dit, Solow – aussi bien sur le plan « pratique » (traitement des données) que théorique.

Hogan commence par expliquer que l'article de Solow a attiré son attention en tant qu'homme de terrain, qui s'intéresse tout particulièrement à la mesure du stock de capital (brut et net) d'un pays. Il relève quelques choix discutables de Solow concernant cette mesure et s'en prend rapidement à sa façon d'estimer le progrès technique :

> « L'estimation du progrès technique faite par le professeur Solow inclut tout ce qui peut perturber une relation 'normale' entre capital et produit. Ce qui soulève le problème de l'interprétation de séries dans lesquelles l'utilisation du stock de capital varie au cours du temps et où la part du revenu qui lui revient ne peut être mesurée avec précision » (Hogan, 1958, p 409).

Hogan explique que c'est pour cela que Solow trouve, pour certaines années, des *valeurs négatives* de l'indicateur de progrès technique ΔA – comme si le savoir pouvait reculer[9] ! Il conteste pour les mêmes raisons la thèse selon laquelle la faible corrélation entre variations de A et du capital par tête serait une « preuve » de la neutralité technique :

> « étant donné que ce qui est désigné comme le progrès technique comprend tellement de choses, il aurait été surprenant qu'on ait pu discerner une relation quelconque entre le capital par tête et le progrès technique » (*ibid*).

Il constate au passage que d'autres estimations du progrès technique, signalées par Solow dans sa bibliographie, ne coïncident pas avec les siennes.

Hogan relève une erreur de calcul d'un des ΔA qui, en raison d'un effet en cascade, est à l'origine de sept « points aberrants » dans le graphique de Solow – points que ce dernier peine à expliquer. Hogan suggère alors sournoisement que du fait de cette erreur apparemment anodine,

---

[9] Ces valeurs négatives correspondent souvent à des années de crise – à commencer par celle des années 30 – où les capacités de production sont beaucoup moins utilisées.

> « le professeur Solow n’a pas perçu les caractéristiques principales (*main features*) de son modèle ».

Solow aurait cru qu’il était en présence de données indépendantes – rendant possible des points « bizarres » –, alors qu’il n’en est rien. Trompé par des observations faussées en partie par une erreur de calcul, Solow n’a pas vu ce qui, sans cette erreur, aurait dû lui sauter aux yeux : ses données sont liées en raison de la méthode qu’il utilise pour en extraire la fonction de production.

En effet, Solow calcule $\Delta A/A$ à partir de la formule (3), qui peut, quand la fonction de production agrégée est homogène de degré 1, se mettre sous la forme[10] :

(6) $$\frac{\Delta q}{q} = \frac{\Delta A}{A} + \pi_K \frac{\Delta k}{k}.$$

Cette formule, rappelons-le, *découle des hypothèses faites par Solow* (existence d’une fonction de production agrégée, productivité marginale des « facteurs » égale à leur rémunération, homogénéité de degré 1).

C’est en pensant à elle que Solow calcule, *à partir de ses données*, les valeurs de $\Delta A/A$, puis de A. Pour cela, il calcule les $\Delta A/A$ successifs à partir (6), dans laquelle il remplace q, k et π_K par leurs *valeurs observées*, $\underline{q}$, $\underline{k}$ et $\underline{\pi}_K$. Autrement dit, il calcule les $\Delta A/A$ en utilisant la formule (suggérée par l’égalité (6)) :

(7) $$\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta \underline{q}}{\underline{q}} - \underline{\pi}_K \frac{\Delta \underline{k}}{\underline{k}}.$$

Les $\Delta A/A$ étant connus – déduits des observations de q, k et π_K –, la relation (7) peut alors être mise sous la forme :

(7a) $$\frac{\Delta \underline{q}}{\underline{q}} = \frac{\Delta A}{A} + \boldsymbol{\underline{\pi}_K} \frac{\Delta \underline{k}}{\underline{k}},$$

ou encore en explicitant le facteur temps :

(7b) $$\frac{\Delta \underline{q}(t)}{\underline{q}(t)} = \frac{\Delta A(t)}{A(t)} + \underline{\pi}_K(t) \frac{\Delta \underline{k}(t)}{\underline{k}(t)}.$$

Etant donné la façon dont les $\Delta A(t)/A(t)$ ont été calculés, cette formule est vérifiée *exactement* par chacun des points de l’échantillon (ici, pour chaque valeur de t comprise entre 1909 et 1949).

Si le coefficient $\pi_K(t)$ – la part observée du capital dans le produit – est constant dans le temps, en l’appelant s pour le distinguer des données, la relation (7b) devient :

---

[10] En dérivant par rapport au temps le logarithme des deux membres de $q/A = f(k)$, il vient : $q'/q = A'/A + [f'(k)/f(k)]k'$. Comme $f(k) = F(K,L)/L$ et $f'(k) = F'_K(K,L)$ ($= r$, hypothèse de Solow), il vient $f'(k)k'/f(k) = rk'L/F(K,L)$. En multipliant le numérateur et le dénominateur par K, on obtient $(rK/F(K,L))(k'/k) = \pi_K(k'/k)$.

$$\frac{\Delta \underline{q}(t)}{\underline{q}(t)} = \frac{\Delta A(t)}{A(t)} + s\,\frac{\Delta \underline{k}(t)}{\underline{k}(t)}\,.$$

Comme $\Delta x(t)/x(t)$ est la dérivée de $x(t)$[11], cette égalité peut se mettre sous la forme :

$$\frac{\underline{q}'(t)}{\underline{q}(t)} = \frac{A'(t)}{A(t)} + s\,\frac{\underline{k}'(t)}{k(t)}\,.$$

En prenant les primitives des deux membres de cette égalité, sachant que s est constant, il vient :

$$\ln \underline{q}(t) = \ln A(t) + s \cdot \ln \underline{k}(t) + \text{constante}$$

D'où :

(8) $$\underline{q}(t) = cA(t) \cdot \underline{k}^{s}(t),$$

où c est une constante (déterminée par les « valeurs initiales » $\underline{q}(0)$, $\underline{k}(0)$ et $\underline{A}(0)$).

La relation (8) montre que, pour chaque t de la période retenue, les *valeurs observées* $\underline{q}(t)$ et $\underline{k}(t)$ sont *liées par une relation exacte*, mathématique. En faisant $\underline{q} = \underline{Q}/\underline{L}$ et $\underline{k} = \underline{K}/\underline{L}$ dans (8) on obtient la fonction de Cobb-Douglas avec « neutralité du progrès technique » :

(8b) $$\underline{Q}(t) = A(t)\underline{L}(t)^{1-s}\underline{K}(t)^{s}.$$

La relation (8b) qui lie les données *pour chaque valeur de t*, découle *de la façon dont Solow calcule A* (formule (7) – et du fait que s est constant. C'est pourquoi Hogan conclut son article en disant qu'on parviendrait au même résultat que Solow si on choisissait « au hasard » les valeurs $\underline{Q}(t)$, $\underline{L}(t)$ et $\underline{K}(t)$) – pourvu que la part π_K du capital soit constante (ou presque).

Hogan prouve ainsi que tous les « résultats empiriques» avancés par Solow – neutralité du progrès technique, existence d'une fonction de production agrégée, rendements d'échelle constants, rendements des « facteurs » décroissants – n'en sont pas, puisqu'ils sont valables quelles que soient les données utilisées, à la seule condition que la part des « facteurs » soit (à peu près) constante. Le plus frappant avec la démonstration de Hogan c'est son caractère élémentaire (passage de la relation (7) à la relation (8)).

La « réponse » de Solow à Hogan

La réponse de Solow à Hogan est brève et embarrassée – on sent qu'il est sur la défensive. Il admet l'erreur de calcul – mais évidemment pas le fait qu'elle l'a empêché de se rendre compte du caractère

[11] On rappelle que, selon les cas, les variations de x dans le temps sont désignées par le symbole Δx (calculs avec les données) ou x' (démonstrations mathématiques).

tautologique de son principal « résultat ». Concernant l'existence de la fonction de production agrégée, il s'en tire avec la pirouette habituelle :

> « La plupart des économistes ont deux compartiments dans leur esprit, l'un où s'élabore la théorie économique rigoureuse, l'autre où se font les compromis empiriques. Il n'y a aucun doute sur le compartiment dans lequel se trouve la notion de fonction agrégée » (Solow, 1974, p 411).

Il admet également que sa façon d'isoler le progrès technique « regroupe » (*lump together*) une multitude de facteurs dont « beaucoup ne peuvent en aucune façon être considérés comme des changements dans la technique » de sorte que les « variations négatives ne peuvent nullement être interprétées comme un recul dans les connaissances ». Il ne semble pas voir qu'en admettant que beaucoup de facteurs qui interviennent dans A ne relèvent pas de la technique, sa « preuve » (empirique) de la neutralité du progrès technique – variations (observées) de A indépendantes de celles de k – tombe à l'eau.

Mais c'est l'argument « mathématique » de Hogan (passage de la relation (7) à la relation (8)) qui le gêne le plus – à juste titre. Il parle même de « tautologie » – ce que Hogan n'avait pas osé faire (pour ne pas être trop blessant ?). Après quelques digressions vaseuses sur la nécessité de distinguer les « bonnes » tautologies des « mauvaises », il reconnaît qu'il

> « aurait dû avertir explicitement (sic) le lecteur que la méthode produit, si les parts observées sont constantes, un ajustement parfait par une fonction de Cobb-Douglas » (*ibid*).

Pourquoi, alors, avoir envisagé plusieurs formes pour la fonction de production, puis étudié longuement la forme des termes résiduels ?[12] Pourquoi aussi avoir manifesté sa « surprise » devant la qualité des ajustements obtenus, qualité qui aurait dû plutôt susciter sa méfiance (des R^2 supérieurs à 0,9, c'est du jamais vu en économie !) ?

A la remarque de Hogan selon lequel on serait arrivé à d'aussi bonnes corrélations si on avait utilisé des données sur le stock de capital prises au hasard, Solow oppose un argument de mauvaise fois, proche de celui qu'il utilisera plus tard pour répondre à Shaikh :

> « Si j'avais choisi au hasard les chiffres concernant le stock de capital, j'aurai obtenu une évolution du progrès technique très bizarre !».

Il faudrait d'abord savoir ce qu'est une forme « non bizarre » pour le progrès technique. Mais, surtout, Solow suggère que la conformité de cette forme (à on ne sait trop quoi) est à prendre en compte dans la validation de son approche alors que la critique porte *sur la façon dont les A sont calculés* (et

[12] La présence d'une forte colinéarité dans les séries chronologiques explique que les autres formes de fonctions envisagées par Solow donnent aussi des corrélations très élevées.

« éliminés »), *indépendamment* des valeurs qu'ils prennent – dans la formule (8), $\underline{\boldsymbol{q}}$ et $\underline{\boldsymbol{k}}$ peuvent être quelconques (seul *s* doit être constant).
Surprenant pour un (futur) « prix Nobel ».
Adoptant un profit bas, Solow joue sur le seul argument qui lui reste : la part des facteurs n'étant pas « vraiment » constante, les résultats ne sont pas « vraiment » exacts, ce qui donne une raison d'être à toutes ces estimations. Argument bien faible, que Shaikh, puis Felipe et McCombie, étrilleront à leur tour.

La démonstration de Shaikh

Shaikh ne fait pas référence à l'article de Hogan – publié pourtant dans la même revue que le sien. Sa démarche est, il est vrai, quelque peu différente puisqu'il cherche à montrer que le résultat de Solow découle de l'identité comptable liant les agrégats (en valeur), produit, capital et travail – à condition que leurs parts soient constantes (ou presque). Elle a l'avantage d'être plus générale, puisqu'elle permet d'expliquer pourquoi dans certains cas – comme celui de Solow – on peut ajuster aux données une fonction de production agrégée (pas forcément de Cobb-Douglas).
Comme Phelps Brown et Simon, Shaikh part de la constatation évidente que les données de *Q*, *K* et *L*, utilisées pour déterminer la fonction agrégée ne représentent pas des quantités (sauf, à la rigueur, en ce qui concerne *L*) mais des *valeurs*, qu'il note *V*, *J* et *L* et qui sont liées par l'identité comptable :

$$V \equiv wL + rJ$$

où *w* désigne le salaire et *r* le taux de profit[13].
Si les parts des « facteurs » $a = wL/V$ et $1 - a = rJ/V$, ainsi que *w* et *r*, sont constants, On obtient, par un calcul simple (voir l'encadré plus haut[14]), l'égalité :

(9) $$V = BL^{a}J^{1-a},$$

où $B = a^{-a}(1-a)^{-(1-a)}\, w^{a}r^{1-a}$.
Il aurait ainsi été « démontré » que le progrès technique est neutre (le facteur multiplicatif *B*) et que la fonction de production agrégée est une Cobb-Douglas. Sauf que cela est vrai *quelles que soient les valeurs données à V, L* et *J*, à condition qu'elles soient liées par l'identité comptable.

---

[13] Seuls deux « facteurs » sont pris en compte, pour simplifier, mais la démonstration de Shaikh est valable pour un nombre quelconque de facteurs, pourvu qu'ils vérifient l'identité comptable et que leurs parts soient constantes.
[14] Shaikh procède de façon un peu plus compliquée, en dérivant l'identité comptable puis utilise le fait que la part des « facteurs » est constante.

La méthode de Shaikh présente l'avantage sur celle de Hogan de donner une formule générale, qui permet d'évaluer l'influence de l'identité comptable après étude de la forme des données dans chaque cas particulier. Elle a ainsi permis à Shaikh, Felipe, McCombie, etc. d' « expliquer » pourquoi la fonction de production donne parfois de « bons résultats » qui semblent accréditer, à tort, l'idée qu'il existe une fonction de production agrégée – et aussi pourquoi parfois ça ne marche pas.

La méthode utilisée par Solow consiste à d'abord se « débarrasser » des effets des variations de *w* et *r* sur celles de *B* de (9) (le *A* de *Solow*), puis à effectuer la régression de *V/B* par rapport à *J* et *L* (en fait de *V/LB* sur *J/L*). Pour illustrer son propos, Shaikh procède *exactement de la même façon*. Il modifie seulement les valeurs données au produit et au capital (en valeur) par tête – il les choisit, non sans humour, de sorte qu'elles forment le mot HUMBUG (charlatan) dans le plan – tout en s'arrangeant pour que les « parts des facteurs » varient relativement peu, comme c'est le cas avec les valeurs utilisées par Solow.

Il obtient, sans surprise, une estimation des exposants α et $1 - \alpha$ très proches des valeurs des parts de facteurs « observées » dans les données avec un R^2 très élevé (0,82). Comme Solow, sauf qu'ici il n'est pas question d'évoquer on ne sait quelles relations techniques « sous jacentes » – puisque les données ont été délibérément choisies de façon farfelue.

La riposte de mauvaise foi de Solow

Solow n'a pas du tout apprécié la critique – encore moins la plaisanterie – de Shaikh. Il lui répond de façon méprisantes et, surtout, par un coup bas, clairement malhonnête. Il commence par prétendre que son article de 1957 cherchait à

> "obtenir une fonction de Cobb-Douglas exacte puis à rassembler tout le reste dans le terme multiplicatif *A* » (Solow, 1974),

alors que dans cet article il disait expressément vouloir « déterminer la fonction de production agrégée [sous-jacente] », tout en hésitant sur sa forme exacte, au vu du nuage de points obtenu.

Mais là où Solow dérape complètement, c'est quand il prend les données de Shaikh – celles qui tracent le mot HUMBUG – et ajuste à partir d'elles la relation $Q = AL^{\alpha}K^{\beta}$, en *supposant que A est de la forme* $A(t) = ue^{vt}$, où *u* et *v* sont des constantes[15]. Après avoir trouvé des coefficients n'ayant aucun sens économique et une corrélation quasi nulle, il proclame avoir prouvé l'inanité de la démarche de Shaikh – qui avait pourtant trouvé un résultat très proche du sien, en utilisant *exactement* la même méthode que celle de son article de 1957. La malhonnêteté tient ici au fait que Solow suppose *a priori* et arbitrairement que $A(t)$ – le *B* de la relation (9) – croît de façon régulière, ce qui n'est manifestement

[15] Ce qui revient à estimer la relation : $\ln Q = c + v\ln t + \alpha\ln L + \beta\ln J$.

pas le cas pour les données, délibérément farfelues, choisies par Shaikh. Pourtant celui-ci avait, dans son article, pris le soin de tracer un graphique (Shaikh, 1974, figure 2) où on voit que les $A(t)$, calculés selon la méthode de Solow, varient avec de fortes oscillations dans ses données. On comprend pourquoi l'ajustement fait par Solow en supposant (arbitrairement) une évolution monotone de A est très mauvais.

Felipe et McCombie se sont d'ailleurs amusés à faire avec les données de Solow ce que celui ci a fait avec celles de Shaikh – en supposant que A croît à un taux constant. Ils parviennent à une estimation très médiocre[16] et se demandent si :

> « l'article de Solow de 1957 aurait eu un tel impact s'il avait rendu compte d'une régression faisant appel à une hypothèse de la sorte » (Felipe et McCombie, 2013, p 172).

Il est difficile de croire que Solow ne se soit aperçu de rien – surtout que Shaikh avait pris soin de copier en tous points sa présentation. Plus étonnant encore : apparemment personne n'a relevé, du moins sur le moment, le caractère franchement malhonnête de sa réponse. La ficelle est pourtant grosse. Solow a d'ailleurs, 13 ans plus tard, après avoir été gratifié du « prix Nobel », essayé de revenir sur les critiques de Hogan et Shaikh – preuve qu'il sentait ne pas avoir été guère convainquant (pour ne pas dire de mauvaise foi). Il utilise alors des arguments différents – consistant à revenir à la « technique », au niveau microéconomique –, mais comme le disent Felipe et

La démonstration de Lévy et Simon

L'identité comptable liant la valeur du produit et des revenus des « facteurs de production » est à l'origine de l'illusion selon laquelle il existerait une fonction agrégée. La qualité de l'illusion – de l'ajustement par la fonction agrégée – dépend de certaines conditions vérifiées par les données. C'est ainsi que Hogan et Shaikh basent leur démonstration sur la relative *constance dans le temps* des parts des « facteurs » (modèle de croissance), alors que Lévy et Simon s'appuient sur la *constance dans l'espace* (pays, région, etc.) du salaire et du taux de rendement. On reprend ici la démonstration de Lévy et Simon – celle de Shaikh étant donnée dans la note 15.

Supposons qu'il existe une fonction de production agrégée de la forme $V = AL^{\alpha}J^{\beta}$ où V est la valeur du produit et K celle du capital (L étant le travail). Soit, en logarithmes :

$$\ln V = lnA + \alpha lnL + \beta lnJ.$$

Pour établir le lien avec l'identité comptable, qui est une relation linéaire, on « linéarise » alors la fonction logarithme, en la remplaçant par sa différentielle. La différentielle d'une fonction $f(\cdot)$ en x par rapport à x_0 étant donnée par $f(x_0) + (x - x_0) f'(x_0)$, on a ici, sachant que $(\ln x)' = 1/x$:

$$\ln V_0 + \frac{V-V_0}{V_0} \approx \ln A + \alpha(\ln L_0 + \frac{L-L_0}{L_0}) + \beta(\ln J_0 + \frac{J-J_0}{J_0}), \quad (1)$$

où l'indice 0 indique un « point » vérifiant la relation $V_0 = AL_0^{\alpha} J_0^{\beta}$ et « proche » du « point » (V, L, J). Comme il découle de cette relation que $\ln V_0 = \ln A + \alpha \ln L_0 + \beta \ln J_0$, (1) se réduit à :

$$\frac{V-V_0}{V_0} \approx \alpha\cdot\frac{L-L_0}{L_0} + \beta\cdot\frac{J-J_0}{J_0},$$

[16] Elle est quand même meilleure que celle de Solow avec les données de Shaikh, tout simplement parce que l'évolution du terme $A(t)$ est dans les données de Solow moins fantaisiste que dans celles de Shaikh. Celui-ci a d'ailleurs déterminé approximativement la forme de $A(t)$ qui correspond à ses données, et obtenu un résultat presque aussi bon que celui de Solow – sans avoir à supposer l'existence d'une fonction de production et de tout le fatras marginaliste.

et donc à

$$V \approx \alpha\frac{V_0}{L}\cdot L + \beta\frac{V_0}{L}\cdot J + (1 - \alpha - \beta)V_0.$$

Ce qui ressemble étrangement à l'identité comptable $V \equiv wL + rJ$, à condition de poser $1 - \alpha - \beta = 0$ (rendements constants) et $w = \alpha V_0/L_0$ et $r = \beta V_0/J_0$.
Celui qui teste la relation $V = a + bL + cJ$ a des chances de trouver $a \approx 0$, $b \approx w$ et $d \approx r$, puisque les valeurs des variables V, L et J sont liées par l'identité comptable $V \equiv wL + rJ$. La qualité de l'approximation sera d'autant meilleure que w et r varient peu (dans la régression, on suppose que a et b sont des paramètres constants). Ce qui est vrai si on considère des industries ou des secteurs d'un pays (ou d'une région), à un moment donné.
Au vu de ces « bons » résultats, l'économètre non averti en déduira qu'il existe une fonction agrégée dont les rendements sont constants ($a \approx 0$), qui vérifie la théorie marginaliste de la répartition ($b \approx w = \alpha V_0/L_0$ et $c \approx r = \beta V_0/J_0$). A tort, évidemment, puisqu'il ne « teste » que l'identité comptable.

McCombie :

> « il se peut que la critique de Shaikh ne s'applique pas aux relations relevant de la technique, mais elle est incontournable dès qu'on utilise des données en valeur » (Felipe et McCombie, 2013, p. 181) ».

On ne peut rien contre les « lois de l'algèbre »…

Conclusion

La fonction de production agrégée est un mystère … de la psychologie humaine ! Comment des personnes sensées, ayant fait de longues études, y compris scientifiques, peuvent-elles croire sérieusement qu'ils peuvent rendre compte avec une fonction de deux variables de l'évolution d'un pays – en obtenant des R^2 supérieurs à 0,9? Leur réaction devant de telles corrélations aurait dû être : « il y a un truc ». Hogan a effectivement réagi de la sorte, et prouvé (simplement) que c'est bien le cas. Pourtant, pratiquement personne n'a tenu compte de sa démonstration – et ce malgré la réponse très molle de Solow. Les « orthodoxes » ont préféré fermer les yeux, trop heureux de disposer d'un instrument à la fois pratique pour continuer de bricoler des modèles macroéconomiques « simples » et idéologiquement satisfaisants, qui font de la répartition une simple question technique. Quant aux « hétérodoxes », ils semblent avoir préféré continuer le débat autour de la mesure du capital et de l'agrégation – en ignorant largement le fait que Hogan, puis Simon et Shaikh, avaient définitivement, et sans contestation possible, réglé la question. Ce qu'on ne peut que regretter.

Bibliographie

Douglas P. (1976), "The Production Function once again: Its History, Its Testing and Some New Empirical Values", *Journal of Political Economy* 84(5).

Felipe J. et F. Gerard Adams (2005), “The estimation of the Cobb-Douglas Function: a retrospective view” *Eastern Economic Review* 31(3)

Felipe J. et J. McCombie (2013), *The Aggregate Production Function and the Measurement of Technical Change: Not Even Wrong* (Edward Elgar).

Fisher, F. (1971), “Aggregate Production Functions and the Explanation of Wages: A Simulation Experiment”, Review of Economics and Statistics, 53(2).

Fisher F. (2005), “The Aggregated Production Function – a Pervasive, but Unpersuasive, Fairytale”, *Eastern Economic Review,* 31(3).

Hogan, W.P. (1958), “Technical Progress and Production Functions”, *Review of Economics and Statistics*, 40(4).

Phelps Brown, Henry. (1957), « The Meaning of the Fitted Cobb-Douglas Function », *Quarterly Journal of Economics,* 71(4).

Romer P. (2015), “Mathiness in the Theory of Economic Growth”, *American Economic Review,* 105(5).

Shaikh A. (1974), “Laws of Production and Laws of Algebra: The Humbug Production Function”, *The Review of Economics and Statistics* 56(1).

Shaikh A. (1980), “Laws of Production and Laws of Algebra: Humbug II”, in E.J. Nell (ed.), *Growth, Profits and Prosperity*, Cambridge University Press.

Simon H. and Levy F. (1963), “A Note on the Cobb-Douglas Production function” *Review of Economic Studies*, vol 30(3).

Simon H. (1978), « Rational Decision Making in Business Organization », *Nobel Memorial Lecture*.

Simon H. (1979), “On Parsimonious Explanations on Production Relations”, *Scandinavian Journal of Economics*, 81(4).

Solow R. (1957), “Technical Change and the Aggregated Production Function”, *Review of Economics and Statistics* 39(3).

Solow R. (1958), “Technical Progress and Production Functions: a Reply” *Review of Economics and Statistics* 40(4)

Solow R. (1987a), “Growth Theory and After”, *Nobel Memorial Lecture*.

Solow R. (1987b), “Second Thoughts on Growth Theory”, in A. Steinherr and D.Weiserbs (eds) *Employment and Growth: Issues for the 1980s,* Dordrecht: Martinus Nijhoff.

Waldmann R. (2015), “Paul Romer has 3 questions”, *Robert' Stochastic Thoughts*.